

POLITECHNIKA POZNAŃSKA

INSTYTUT ELEKTROTECHNIKI I ELEKTRONIKI PRZEMYSŁOWEJ

Zakład Elektrotechniki Teoretycznej i Stosowanej

Laboratorium Podstaw Telekomunikacji

Ćwiczenie nr 5

Temat: **Badanie wybranych elementów toru przetwarzania analogowo-cyfrowego.**

Rok akademicki:	Wykonawcy:	Data	
Wydział Elektryczny		Wykonania ćwiczenia	Oddania sprawozdania
Studia dzienne	1.		
	2.		
Nr grupy:	3.	Ocena:	
	4.		
	5.		
	6.		
Uwagi:			

1 Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z podstawowymi informacjami o sygnałach cyfrowych oraz ich przetwarzaniu. Student w trakcie ćwiczenia zostanie zapoznany z wybranymi etapami toru przetwarzania analogowo-cyfrowego, takimi jak: próbkowanie, kwantyzacja, filtracja. W trakcie ćwiczenia analizowany będzie kwantyzator równomierny PCM, oraz różne rodzaje filtrów cyfrowych. Student będzie musiał porównać sygnały wejściowe i wyjściowe na poszczególnych etapach przetwarzania sygnału. W trakcie ćwiczenia zostanie wykorzystana aplikacja Sygnały Cyfrowe napisana w środowisku MATLAB.

2 Wstęp teoretyczny

Sygnał analogowy – jest to ciągła funkcja zmiennej niezależnej. Oznacza to, że sygnał $s(t)$ jest sygnałem analogowym jeżeli dla dowolnej wartości zmiennej niezależnej $-\infty < t < \infty$ posiada jakąś wartość. Sygnały analogowe są to sygnały, które występują najczęściej w naturze (np. napięcie, prąd, fala akustyczna). Sygnał taki możemy zapisać w postaci funkcji $x(t)$.

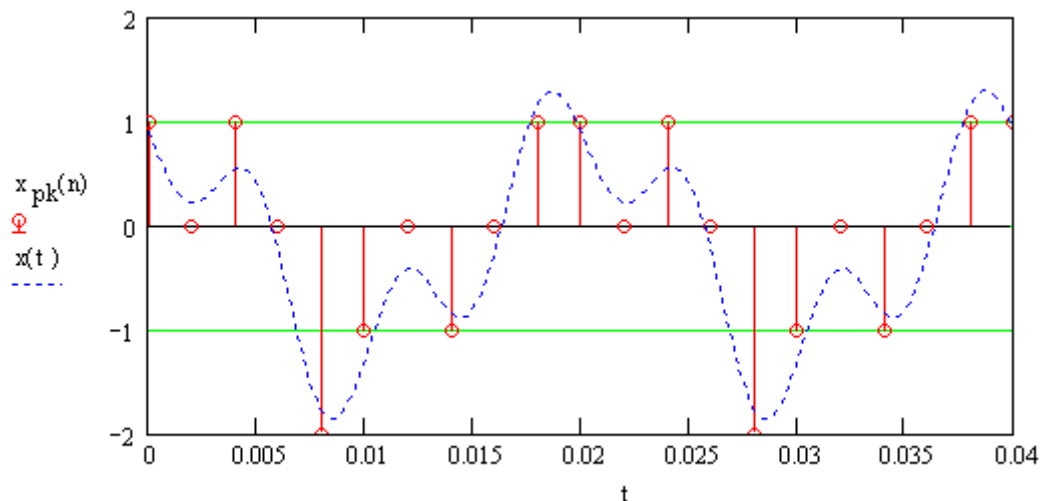
Sygnał dyskretny – to sygnał, który przybiera wartości w dyskretnych punktach zmiennej niezależnej, a nie dla wszystkich jej wartości. Takie sygnały otrzymywane są z sygnałów analogowych w wyniku operacji próbkowania sygnału analogowego, czyli pobierania wartości (próbek) w wybranych punktach np. czasu (dla czasu jako zmiennej niezależnej). Sygnał dyskretny jest wektorem wartości próbek dla których zmienną jest numer próbki:

$$x[n] = x(nT_s)$$

Najczęściej próbkowanie sygnału odbywa się w równych odstępach czasu. Czas T_s pomiędzy pobraniem kolejnej próbki sygnału jest okresem próbkowania, natomiast jego odwrotność to częstotliwość próbkowania f_s , wyrażana w jednostce S/s (próbki na sekundę, z ang. *Samples per second*).

Sygnał skwantyzowany – jest to sygnał poddany operacji kwantyzacji. Kwantyzację można rozumieć jako zaokrąglenie liczby rzeczywistej reprezentującej amplitudę sygnału do najbliższej wartości dyskretnego zbioru wartości, otrzymanego w wyniku podziału osi rzędny na tzw. przedziały kwantyzacji. Celem takiego zabiegu jest otrzymanie sygnału o skończonej dokładności. Dopiero taki sygnał można przedstawić w sposób cyfrowy za pomocą bitów i przetwarzać w urządzeniach cyfrowych. Na rysunku 2 przedstawiono działanie kwantyzatora PCM (ang. *pulse code modulation*). Analogowy przebieg sygnału jest pokazany na tle poziomów sygnałów przybliżających próbki sygnału analogowego w momentach próbkowania. Pomiedzy tymi poziomami znajdują się progi kwantyzacji. Próbce sygnału znajdującej się pomiędzy parą progów kwantyzacji przyporządkowuje się wartość odpowiadającą sygnałowi przybliżającemu i zawartemu pomiędzy tymi progami. Tak więc wszystkie próbki mające wartości z danego przedziału kwantyzacji są utożsamiane z tą samą wartością.

Należy tutaj zwrócić uwagę, że zaokrąglenie wartości amplitudy sygnału prowadzi zawsze do pewnej różnicy (zakłócenia, szumu) pomiędzy wartością sygnału rzeczywistego, a sygnału skwantyzowanego. Ta różnica określana jest mianem szumu lub błędu kwantyzacji. Szum kwantyzacji można ograniczyć zwiększając długość słowa bitowego wykorzystywanego do zapisu wartości sygnału np. jeżeli do zapisu wartości amplitudy sygnału wykorzystamy 8 bitów to znaczy, że przedział kwantyzacji (przedział pomiędzy największą możliwą do uzyskania wartością, a najmniejszą) dzielimy na $2^8 = 256$ progów kwantyzacji, jeżeli natomiast wykorzystamy 10 bitów wtedy ten sam przedział będzie można podzielić na $2^{10} = 1024$ progi. Dzięki temu maksymalna różnica pomiędzy wartością rzeczywistą, a skwantyzowaną będzie mniejsza.



Rysunek 2-1 Przykład kwantyzacji sygnału.

Sygnał cyfrowy - powstaje z połączenia dyskretyzacji i kwantowania. Numery poziomów kwantowania zapisuje się w kodzie dwójkowym (binarnym, zero-jedynkowym). Próbka sygnału o wartości z danego przedziału kwantowania zostaje zapisana w kodzie dwójkowym. Ciąg próbek zostaje zamieniony na ciąg zero-jedynkowy. Próbki o indeksach 0 i 1 mają wartości wpadające do pierwszego przedziału i zostały zakodowane jako 00, 00. Próbka o indeksie 2 ma wartość wpadającą do drugiego przedziału i została zakodowana jako 01, itd.

Element toru przetwarzania analogowo-cyfrowego odpowiadający za przekształcenie sygnału analogowego w sygnał cyfrowy nazywamy przetwornikiem analogowo-cyfrowych, lub krócej ADC (z ang. *Analog-Digital Converter*). Do jego parametrów należą: częstotliwość próbkowania, bitowość (określa ilość bitów wykorzystywanych do zapisu wartości amplitudy) oraz zakres (informujący o zakresie kwantyzacji sygnału).

2.1 Dyskretna Transformata Fouriera

Dyskretna Transformata Fouriera DFT dla sygnałów dyskretnych jest odpowiednikiem Transformaty Fouriera dla sygnałów analogowych. Pozwala ona na przejście sygnału dyskretnego z dziedziny czasu na dziedzinę częstotliwości. DFT opisana jest wzorem:

$$X(j\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s)e^{-j\omega nT_s}$$

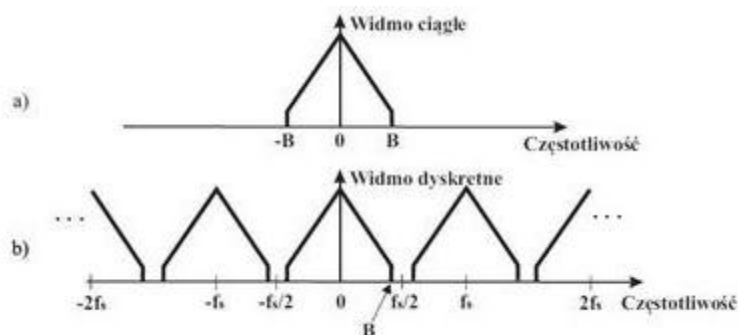
W praktycznych zastosowaniach numerycznych metod analizy częstotliwościowej nie jest możliwe zrealizowanie nieskończonych granic sumowania powyższego równania. Granice te są skończone, w związku z czym w rzeczywistości nie jest transformowalny cały sygnał tylko jego fragment o długości N próbek:

$$X(j\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT_s)e^{-j\omega nT_s}$$

Jest to równoznaczne z wyznaczeniem transformaty Fouriera iloczynu sygnału i okna prostokątnego. Okno to wycina z sygnału jego fragment, który poddawany jest analizie. Dodatkowo pulsacja ω przybierać może tylko N -krotności wartości sygnału, a to oznacza, że ciągła zmiana częstotliwości widma przechodzi w dyskretną zmianę częstotliwości. Efektem tego widmo sygnału zostaje „spróbkowane”. Im większa ilość próbek N tym lepsze jest odwzorowanie widma sygnału.

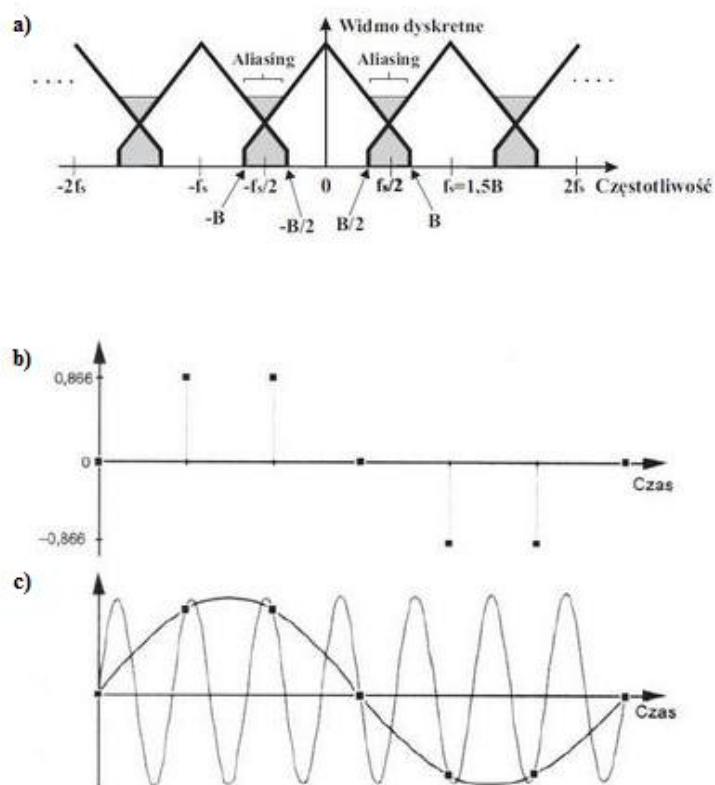
2.2 Aliasing

Wyniku próbkowania widmo sygnału analogowego zostaje zwielokrotnione w dziedzinie częstotliwości w taki sposób, że obok widma oryginalnego pojawiają się jego odbicia (tzw. aliasy) przesunięte na osi częstotliwości o wartość częstotliwości próbkowania (rysunek 2.2).



Rysunek 2-2 Widmo: a) sygnału analogowego b) sygnału spróbkowanego

Takie zjawisk niesie ze sobą, zagrożenie deformacji sygnału odwzorowanego z próbek przez nakładanie się na siebie widma sygnału oryginalnego i jego aliasów. Taka sytuacja, przedstawiona na rysunku 2.3a nazywana jest aliasingiem. Efektem tego sygnał zostaje zinterpretowany jako sygnał o innej częstotliwości niż w rzeczywistości (rysunek 2.3 b i c). Aby nie dopuścić do aliasingu spełnione musi być twierdzenie o próbkowaniu.



Rysunek 2-3 Aliasing: a) widmo sygnału w którym występuje aliasing, b) próbki sygnału c) przykład błędnej interpretacji częstotliwości sygnału próbkowanego

Twierdzenie o próbkowaniu (Twierdzenie Kotelnikowa-Shannona) – jeśli sygnał ciągły nie posiada składowych widma o częstotliwości równej lub większej B , to może on zostać wiernie odtworzony z ciągu jego próbek tworzących sygnał dyskretny, o ile próbki te zostały pobrane w odstępach czasowych nie większych niż $1/(2B)$.

Oznacza to, że aliasing nie wystąpi jeżeli spełnione będą dwa warunki:

- sygnał analogowy jest sygnałem o skończonym widmie,
- częstotliwość próbkowania jest co najmniej dwukrotnie większa niż najwyższa częstotliwość występująca w sygnale.

Zapewnienie spełnienia powyższych warunków osiąga się w torze przetwarzania analogowo-cyfrowego poprzez wstawienie przed przetwornikiem ADC filtru antyaliasingowego, który ogranicza pasmo sygnału wejściowego przetwornika do częstotliwości $f_s/2$.

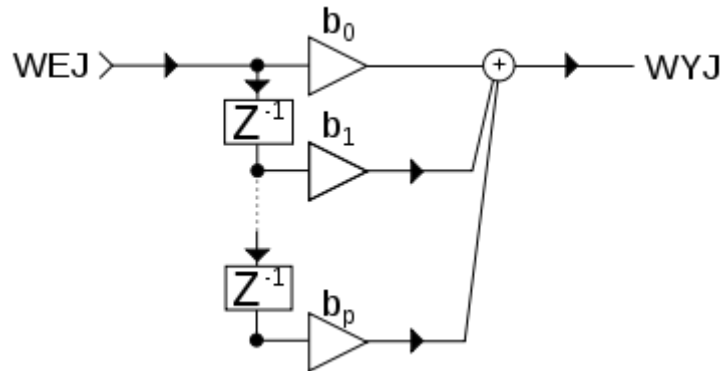
2.3 Filtry Cyfrowe

Filtracja sygnału cyfrowego jest procesem przetwarzania próbek sygnału powodującym zmiany w widmie sygnału oryginalnego, polega to na odfiltrowaniu niepożądanych składowych sygnału wejściowego. Liniowe filtry cyfrowe występują jako filtry o skończonej odpowiedzi impulsowej - SOI (ang. FIR – Finite Impulse Response) i filtry o nieskończonej odpowiedzi impulsowej – NOI (ang. IIR – Infinite Impulse Response). Odpowiedzią impulsową filtru jest wyjściowy ciąg czasowy filtru, gdy na jego wejście podana zostanie pojedyncza próbka o wartości jednostkowej. Dla filtru SOI odpowiedź impulsowa równa jest współczynnikom filtru $h(k)$.

Cyfrowe filtry o skończonej odpowiedzi impulsowej SOI – do uzyskania bieżącej próbki sygnału wyjściowego wykorzystują próbkę bieżącą i próbki wcześniejsze (nie korzystają z próbek sygnału wyjściowego). Do obliczania próbek sygnału wyjściowego $y(n)$ używane jest równanie splotu w postaci dyskretniej:

$$y(n) = \sum_{k=0}^M b_k x(n-k)$$

gdzie: $x(n-k)$ są próbkami sygnału wejściowego, b_k – to współczynniki filtru określające jego właściwości.

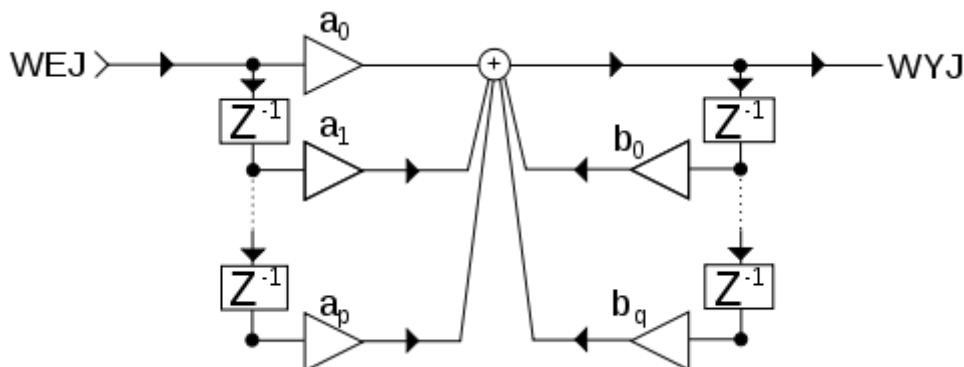


Rysunek 2-4 Schemat blokowy filtra SOI. Z^{-1} oznacza próbkę poprzedzającą

Filtry o nieskończonej odpowiedzi impulsowej NOI – do uzyskania bieżącej próbki sygnału wyjściowego wykorzystują próbkę bieżącą i próbki wcześniejsze oraz poprzednie wartości sygnału wyjściowego (sprzężenie zwrotne). Wartość bieżącej próbki sygnału otrzymujemy ze wzoru:

$$y(n) = \sum_{k=0}^M b_k x(n-k) + \sum_{l=1}^N a_l y(n-l)$$

gdzie: $x(n-k)$ są próbkami sygnału wejściowego, $y(n-l)$ są to wartości próbek sygnału wyjściowego, b_k – to współczynniki przy wartościach próbek sygnału wejściowego, a_l – współ. filtru przy wartościach sygnału wyjściowego z filtru poprzedzających bieżącą wartość.



Rysunek 2-5 Schemat blokowy filtra NOI

Projektowanie filtrów cyfrowych polega przede wszystkim na odpowiednim dobraniu wartości współczynników filtrów.

25	50	500											
26	50	600											
27	50	700											
28	50	800											
29	50	900											
30	50	1000											

3.3 Filtracja sygnału cyfrowego:

Przejsć do zakładki filtracja. Na górnym wykresie pojawią się dwa nowe sygnały: sygnał na wejściu filtru cyfrowego oraz sygnał wyjściowy z filtru cyfrowego. Ustawić typ filtru cyfrowego i jego parametry na wartości podane przez prowadzącego. Ustawić sinusoidalny sygnał wejściowy. Ustawić amplitudę sygnału wejściowego na 1 V. Zmieniając częstotliwość sygnału wejściowego zgodnie ze wskazaniem prowadzącego zapisać wartość U_1 amplitudy harmonicznej podstawowej sygnału wyjściowego z widma sygnału (dolny wykres). Symulacje przeprowadzić dla dwóch wartości rzędu filtru. Wyniki zapisać w tabeli 3.3. Dla każdej symulacji obliczyć współczynnik tłumienia a w dB. Narysować wykres $a=f(f)$.

Te same pomiary powtórzyć dodając do sygnału szumy gaussowskie (zaznaczyć Checkbox Szumy). Zapisać wykres widma sygnału zaszumionego i przefiltrowanego.

Tabela 3.3 Wyniki symulacji filtracji cyfrowej sygnału sinusoidalnego o różnych f

Lp	Z symulacji			Z obliczeń
	f	fs	U1	a
	[Hz]	[S/s]	[V]	[dB]
1				
2				
3				
...				

Następnie dla tych samych częstotliwości ustawić sygnał trójkątny i prostokątny. Dla wybranych przypadków zapisać obraz widma. W sprawozdaniu skomentować spostrzeżenia dotyczące wyników symulacji.

4 Wnioski

5 Literatura